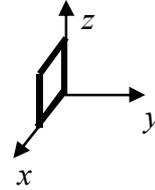


## RASSEGNA ESERCIZI DI FISICA GENERALE II

Il potenziale elettrostatico in una regione dello spazio è dato da

$V(x,y,z) = (3z^2 - 4x^2 + 5y^2)$  V. Determinare:

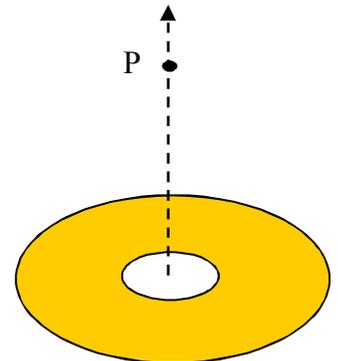
- Il vettore forza elettrica che agisce su un elettrone fermo nel punto  $P_1 \equiv (1, -2, 3)$ .
- Il lavoro fatto da una forza esterna per spostare l'elettrone da  $P_1$  a  $P_2 \equiv (0, 0, 0)$ .
- Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie quadrata di lato  $L = 2$  m giacente nel piano  $xz$  (vedi figura).



Una sfera **conduttrice** carica di raggio  $R=25$  cm genera un campo elettrico  $E=2000$  V/m ad una distanza  $r=30$  cm dal suo centro. Determinare:

- la carica distribuita sulla sfera;
- il potenziale al centro della sfera ed in un punto distante  $R/2$  dal centro;
- il lavoro necessario a portare una carica  $Q=10^{-5}$  C da distanza infinita fin sulla superficie della sfera;

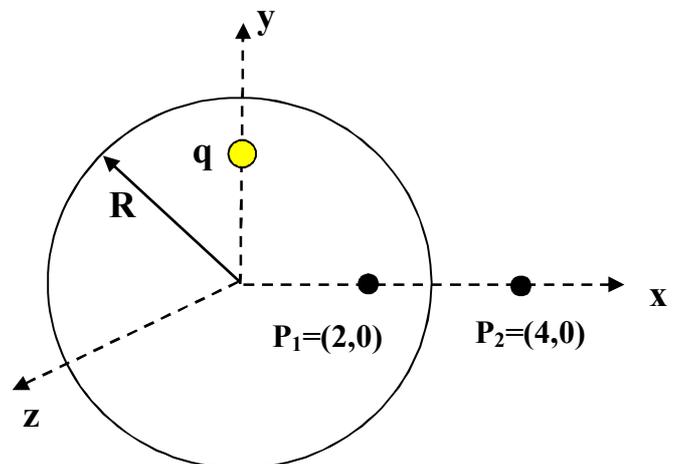
La figura qui a fianco mostra un anello di raggio interno  $R_1=2$  cm e raggio esterno  $R_2=10$  cm con densità di carica superficiale uniforme pari a  $\sigma=10$  pC/m<sup>2</sup>. Si calcoli il potenziale ed il campo elettrico in un punto P situato sull'asse dell'anello a distanza  $D=5$  cm del centro. Discutere qualitativamente come cambierebbe l'esercizio se la densità non fosse uniforme, ma dipendente dalla distanza dal centro dell'anello.



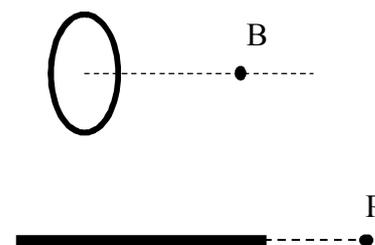
Una carica complessiva  $Q=3$  mC è distribuita uniformemente in una regione di spazio di forma sferica di raggio  $R=5$  cm. Si calcoli l'energia elettrostatica immagazzinata in questa distribuzione di carica e si discuta come cambierebbe il risultato se la stessa carica  $Q$  fosse distribuita uniformemente solo sulla superficie di una regione sferica di raggio  $R$ , anziché dentro la stessa.

- Un guscio sferico di raggio  $R=3$  m ha il suo centro nell'origine di un sistema di riferimento cartesiano ed è carico uniformemente con densità  $\sigma= 3$  nC/m<sup>2</sup>. Una carica puntiforme  $q= 250$  nC si trova sull'asse Y nel punto  $y=2$  m. Trovare il modulo e la direzione del campo elettrico nei punti  $P_1=(2,0)$  m e  $P_2=(4,0)$  m.

$$(\epsilon_0=8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{nm}^2)$$



- Una carica  $Q=10^{-5}$  C è distribuita uniformemente su una sbarretta sottile di materiale isolante, avente lunghezza  $L=30$  cm.
- supponendo che la barretta sia piegata a forma di anello, si determini il campo elettrico in un punto B posto sull'asse dell'anello, a distanza  $2L$  dal centro, come mostrato in figura;
- supponendo invece che la barretta sia rettilinea, si determini il campo elettrico in un punto P posto a distanza  $2L=3$  cm dall'estremo destro della stessa sbarretta, come mostrato in figura.



- Una regione di spazio sferica di raggio  $R=30$  cm porta al suo interno una densità di carica volumica che dipende solo dalla distanza  $r$  dal centro secondo la legge  $\rho(r) = \rho_0 r/R$ , con  $\rho_0 = 2.0 \times 10^{-6}$  C/m<sup>3</sup>.

a) Quanto vale la carica  $Q$  complessivamente presente nella regione sferica?

Supponendo poi che un guscio sferico, concentrico alla regione sferica, la circonda dall'esterno ed è fatto di materiale conduttore, ha raggio interno  $R_1 = 40$  cm, raggio esterno

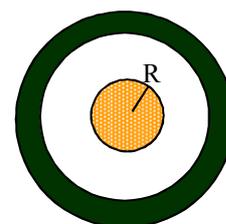
$R_2 = 50$  cm,

b) quanto valgono le cariche  $Q_1$  e  $Q_2$  che, all'equilibrio, si trovano sulle superfici interna ( $r=R_1$ ) ed esterna ( $r=R_2$ ) del guscio?

c) Qual è l'espressione del campo elettrico in funzione della distanza dal centro della sfera, nelle varie regioni di spazio?

d) A quale potenziale elettrico si trovano, rispettivamente, la superficie esterna della regione sferica e la superficie esterna del guscio? (si intende rispetto al potenziale assunto nullo all'infinito).

e) Come cambiano i risultati b), c), d) qualora il guscio conduttore venga collegato a terra?



Una carica  $Q=10^{-4}$  C è distribuita uniformemente in una regione di spazio sferica, di raggio  $R=30$  cm. Dopo aver calcolato il campo elettrico in tutti i punti dello spazio, si determini:

- la differenza di potenziale tra il centro della regione sferica e un punto P posto a distanza  $D=40$  cm dal centro della sfera.
- l'energia elettrostatica immagazzinata in questa distribuzione di carica.

Nel caso in cui la carica  $Q=10^{-4}$  C non sia distribuita uniformemente, ma con una densità di carica crescente linearmente con la distanza dal centro  $\rho=kr$ , con  $k$  costante:

- si determini il valore di  $k$
- si calcoli di nuovo la differenza di potenziale tra il centro della regione sferica e il punto P.

In una regione di spazio cilindrica, di raggio  $R=40$  cm e altezza indefinita, è distribuita uniformemente una carica elettrica positiva, con densità di volume  $\rho=10^{-4}$  C/cm<sup>3</sup>. Dopo aver calcolato l'espressione del campo elettrico in tutti i punti dello spazio (interni ed esterni al cilindro), si determini:

- la differenza di potenziale tra un punto posto sull'asse del cilindro ed un punto P esterno posto a distanza  $D=70$  cm dall'asse.

Nel caso in cui la carica non sia distribuita uniformemente, ma con una densità di carica crescente linearmente con la distanza dall'asse del cilindro,  $\rho=kr$ , con  $k=10^{-5}$  C/cm<sup>4</sup>, si calcoli di nuovo la differenza di potenziale tra il centro della regione cilindrica e il punto P.

Un cilindro **conduttore** carico di raggio  $R=5$  cm ed altezza  $h=10$  m genera un campo elettrico  $E=2000$  V/m in un punto P posto radialmente a distanza  $r=10$  cm dal suo centro. Determinare:

- la carica distribuita sul cilindro, spiegando quali approssimazioni si utilizzano per il calcolo;
- la differenza di potenziale tra il centro del cilindro ed il punto P;

Si abbia un condensatore sferico con raggi interno ed esterno  $R_1=10$  cm e  $R_2=25$  cm, caricato con una carica  $Q=10^{-7}$  C. Si ricavi il campo elettrico nel condensatore e la capacità C.

Se ad un certo punto, dopo aver isolato le armature, si riempie una parte dello spazio tra le armature, quello compreso tra  $R_1$  e  $R_3=15$  cm, con un dielettrico di costante dielettrica relativa  $\epsilon_r=8$ , si determini:

- il campo elettrico in tutti i punti all'interno del condensatore,
- la densità delle cariche di polarizzazione sulle due superfici del dielettrico (cioè in  $r=R_1$  e in  $r=R_3$ )
- la variazione di energia elettrostatica causata dalla introduzione del dielettrico.

Nell'atomo di idrogeno un elettrone si muove su un'orbita circolare intorno ad un protone. Si determini il rapporto tra la forza di tipo gravitazionale e quella di tipo elettrico, mostrando quale delle due è prevalente. Inoltre, assumendo che il raggio della traiettoria sia  $R=0,1$  nm, si determini:

- la velocità dell'elettrone ed il suo periodo di rotazione;
  - il momento angolare dell'elettrone
  - l'energia meccanica complessiva (cinetica + potenziale) dell'elettrone.
- (dati: carica dell'elettrone e del protone  $q=1.6 \times 10^{-19}$  C, massa del protone  $m_p=1.67 \times 10^{-27}$  kg, massa dell'elettrone  $m_e=9.1 \times 10^{-31}$  kg,  $\epsilon_0=8.85 \times 10^{-12}$  C<sup>2</sup>/Nm<sup>2</sup>,  $G=6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/Kg<sup>2</sup>)

- Una sfera di metallo di raggio  $a$  è circondata da un guscio metallico di raggio interno  $b$  ed esterno  $c$ . Il flusso attraverso una superficie di Gauss sferica posta fra  $a$  e  $b$  è  $2Q/\epsilon_0$ , e il flusso attraverso una superficie di Gauss sferica immediatamente esterna al raggio  $c$  è  $-3Q/\epsilon_0$ .

- a) Quali sono le cariche totali sulla sfera interna?
  - b) Quali sono le cariche sul guscio e dove sono localizzate tali cariche?
  - d) Qual è la differenza di potenziale tra la sfera ed il guscio?
- (valori numerici:  $a=20$  cm,  $b=32$  cm,  $c=38$  cm,  $Q=10^{-5}$  C)



- Una carica  $Q=6 \times 10^{-5}$  C è distribuita uniformemente su una sbarretta sottile di materiale isolante, avente lunghezza  $L=20$  cm. Si determini il potenziale elettrico ed il campo elettrico in un punto P posto sull'asse della sbarretta, a distanza  $D=5$  cm dalla stessa, come mostrato in figura.



Si abbia un conduttore cilindrico indefinito di raggio  $R=20$  cm avente una densità superficiale di carica pari a  $\sigma=10^{-5}$  C/m<sup>2</sup>.

Si calcoli in campo elettrico in tutti i punti dello spazio e l'energia elettrostatica immagazzinata in questa distribuzione di carica.

Se si circonda successivamente il conduttore con un secondo conduttore a forma di guscio cilindrico sottile di raggio  $R'$ , posto concentricamente rispetto al primo, caricato con una densità di carica  $\sigma'$ , si riscontra che il campo all'esterno del secondo conduttore risulta essere dimezzato rispetto a quello che era all'inizio. Si determini dunque il valore di  $\sigma'$ .

Un condensatore cilindrico di altezza  $h=80$  cm, e armature di raggi  $R_1=4$  cm e  $R_2=6$  cm è riempito per un tratto  $x$  pari ad un terzo dell'altezza con un materiale isolante di costante dielettrica relativa  $\epsilon_r=4$  ed è caricato con una carica  $Q=10^{-8}$  C. Si determini:

- a) il valore della capacità del condensatore;
- b) l'energia potenziale elettrica accumulata dal condensatore;
- c) la forza con la quale l'isolante viene risucchiato dal condensatore.

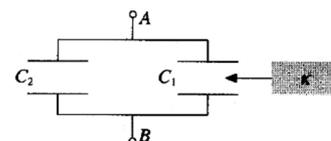
Dato un conduttore cilindrico indefinito di raggio  $R_1$ , si supponga di caricarlo con una densità di carica superficiale  $\sigma$ . Si calcoli il campo  $E$  (modulo, direzione e verso) in ogni punto dello spazio, interno ed esterno al cilindro.

Se poi si circonda il cilindro conduttore con un secondo conduttore cilindrico cavo, di raggio interno  $R_2$  (maggiore di  $R_1$ ) ed esterno  $R_3$ , si calcoli di nuovo il campo in ogni punto dello spazio. Come cambia il risultato se lo spazio tra i conduttori è riempito con un dielettrico di costante dielettrica relativa  $\epsilon_r=5$ ?

E se il secondo conduttore viene collegato a terra?

Due condensatori di capacità  $C_1 = 200 \text{ pF}$  e  $C_2 = 500 \text{ pF}$  collegati in parallelo vengono inizialmente caricati ad un differenza di potenziale  $\Delta V = 110 \text{ V}$  e quindi isolati dal generatore. Successivamente lo spazio tra le armature di  $C_1$  viene riempito con un dielettrico di costante dielettrica relativa  $\epsilon_r = 5$ . Calcolare:

- La nuova differenza di potenziale  $\Delta V'$  che si stabilisce ai capi dei condensatori.
- La carica libera  $Q_1$  sulle armature di  $C_1$ .
- Il lavoro fatto dal sistema per l'inserimento del dielettrico.



Una carica  $Q=10^{-5} \text{ C}$  è distribuita uniformemente su una sbarretta sottile di materiale isolante, avente lunghezza  $L=20 \text{ cm}$ . Si determini il potenziale elettrico ed il campo elettrico in un punto  $P$  posto a distanza  $D=3 \text{ cm}$  dall'estremo della stessa sbarretta, come mostrato in figura.

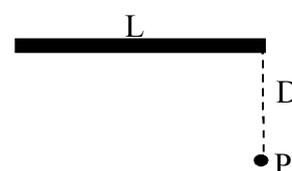
Come cambierebbe il risultato se la carica  $Q$  fosse distribuita in modo non uniforme, ad esempio con una densità lineare di carica nulla all'estremo sinistro della sbarretta e crescente linearmente verso destra?

Si illustrino le relazioni matematiche che legano il campo elettrico al potenziale e viceversa.

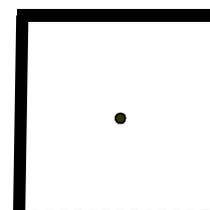


Una carica  $Q=10^{-5} \text{ C}$  è distribuita uniformemente su una sbarretta sottile di materiale isolante, avente lunghezza  $L=20 \text{ cm}$ . Si determini il potenziale elettrico in un punto  $P$  posto a distanza  $D=3 \text{ cm}$  dall'estremo della stessa sbarretta, come mostrato in figura.

Come cambierebbe il risultato se la carica  $Q$  fosse distribuita in modo non uniforme, ad esempio con una densità lineare di carica nulla all'estremo sinistro della sbarretta e crescente linearmente verso destra?



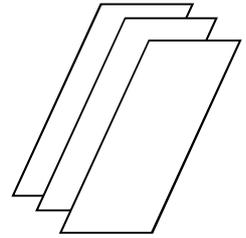
Una carica  $3Q=3 \times 10^{-8} \text{ C}$  è distribuita uniformemente su due sbarrette sottili, ciascuna di lunghezza  $L=20 \text{ cm}$ , poste lungo i due lati contigui di un quadrato come mostrato in figura. Si calcoli il vettore campo elettrico al centro del quadrato.



Dato un guscio sferico dielettrico di costante dielettrica relativa  $\epsilon_r$ , di raggio interno  $R_1$  ed esterno  $R_2=4R_1$  caricato con una carica  $Q$  distribuita uniformemente nel volume del guscio,

- si determini il campo elettrico in ogni punto dello spazio, interno e esterno al guscio;
- si ripeta l'esercizio nel caso in cui la carica  $Q$ , anziché uniformemente, sia distribuita con una densità crescente linearmente secondo la legge  $\rho(r)=k r$ , per  $R_1 < r < R_2$ .

Siano dati tre piani indefiniti, paralleli, posti a distanza  $L$  uno dall'altro (vedi figura), caricati con la stessa densità superficiale di carica positiva  $\sigma$ . Si calcoli il campo elettrostatico generato da tale distribuzione di carica in tutti i punti dello spazio.



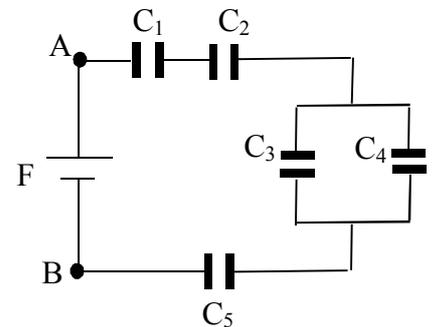
Data una sfera di materiale dielettrico (costante dielettrica relativa  $\epsilon_r=5$ ) di raggio  $R_1$ , si supponga di caricarla con una densità di carica di volume positiva uniforme  $\rho$ . Si calcoli il campo  $E$  (modulo, direzione e verso) in ogni punto dello spazio, interno ed esterno alla sfera.

Se poi si circonda la sfera con un conduttore sferico cavo, di raggio interno  $R_2$  (maggiore di  $R_1$ ) ed esterno  $R_3$ , si calcoli di nuovo il campo in ogni punto dello spazio.

Cambia il risultato se il secondo conduttore viene collegato a terra?

Il sistema di condensatori disegnato in figura è collegato ad un generatore di tensione  $F$ . Si calcoli:

- la capacità equivalente tra i punti A e B
- la carica su ciascun condensatore
- l'energia elettrostatica totale del sistema di condensatori.



Se si disconnette il generatore e si fa scaricare il sistema su una resistenza  $R$ , quanto tempo occorre perchè la tensione tra i punti A e B si dimezzi?

(valori numerici:  $F=3\text{ V}$ ,  $C_1=2\text{ nF}$ ,  $C_2=3\text{ nF}$ ,  $C_3=4\text{ nF}$ ,  $C_4=5\text{ nF}$ ,  $C_5=6\text{ nF}$ ,  $R=1\text{ k}\Omega$ )

Un condensatore a facce piane quadrate di lato  $L=50\text{ cm}$  e distanza  $h=5\text{ cm}$  è inizialmente nel vuoto, caricato con carica  $Q=10^{-6}\text{ C}$  ed è isolato. Il condensatore viene quindi riempito per metà della larghezza con un materiale dielettrico, come mostrato in figura. Questo fa sì che la differenza di potenziale tra le armature si dimezzi rispetto alla situazione iniziale. Calcolare:



- la costante dielettrica del materiale;
- la variazione di energia potenziale elettrostatica causata dalla introduzione del dielettrico.
- il valore del campo elettrico sia nella parte riempita che nella parte vuota del condensatore; si commenti questo ultimo punto, alla luce delle leggi di conservazione del campo elettrico all'interfaccia tra due dielettrici.

(si ricorda che il valore numerico di  $\epsilon_0$  è  $8.854 \times 10^{-12}\text{ C}^2/\text{Nm}^2$ )

Un condensatore a facce piane quadrate di lato  $L=50\text{cm}$  e distanza  $h=2\text{cm}$  è inizialmente nel vuoto, caricato con carica  $Q=10^{-6}\text{C}$  ed è isolato. Il condensatore viene quindi riempito per metà della larghezza con un materiale dielettrico, come mostrato in figura. Questo fa sì che la differenza di potenziale tra le armature si riduca del 20% rispetto alla situazione iniziale. Calcolare:



- la costante dielettrica del materiale;
- la variazione di energia potenziale elettrostatica causata dalla introduzione del dielettrico.
- il valore del campo elettrico sia nella parte riempita che nella parte vuota del condensatore; si commenti questo ultimo punto, alla luce delle leggi di conservazione del campo elettrico all'interfaccia tra due dielettrici.

(si ricorda che il valore numerico di  $\epsilon_0$  è  $8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$ )

Un condensatore piano formato da due piastre piane di forma quadrata di lato  $d$ , poste a distanza  $h$  viene caricato con una carica  $Q$  e poi viene disconnesso dal generatore in modo che le armature siano isolate.

Si calcoli:

- i vettori campo elettrico  $\mathbf{E}$  e spostamento elettrico  $\mathbf{D}$  nel condensatore;
- la capacità del condensatore;
- l'energia elettrostatica in esso contenuta
- la forza di attrazione tra le armature.

Si calcolino nuovamente queste grandezze nel caso in cui il condensatore venga riempito per metà dello spessore ( $h/2$ ) con un dielettrico di costante dielettrica relativa  $\epsilon_r=12$  mentre l'altra metà rimane vuota.

Date quattro cariche  $-Q$  uguali disposte ai vertici di un quadrato di lato  $L$ , si determini la forza agente su ciascuna di esse e si calcoli l'energia elettrostatica di tale sistema di cariche. Esistono punti dello spazio dove si annulla il campo elettrostatico?

Un condensatore cilindrico è formato da due armature di raggi  $R_1$  e  $R_2$  e altezza  $h$ . Esso viene caricato con una carica  $Q$  e poi viene disconnesso dal generatore in modo che le armature siano isolate.

Si calcoli:

- i vettori campo elettrico  $\mathbf{E}$  e spostamento elettrico  $\mathbf{D}$  nel condensatore;
- la capacità del condensatore;
- l'energia elettrostatica in esso contenuta.

Se a questo punto, a partire da un estremo del condensatore, si introduce tra le armature un guscio cilindrico dielettrico (costante dielettrica relativa  $\epsilon_r$ ) di spessore pari a quello del condensatore, si calcoli modulo, direzione e verso della forza che agisce sul dielettrico, dopo averla introdotta per metà della lunghezza (cioè per un tratto  $h/2$ ) all'interno del condensatore.

Un elettrone si trova a distanza  $d=20\text{ cm}$  da un piano isolante su cui è uniformemente distribuita una carica positiva con densità superficiale  $\sigma=2\text{ C/m}^2$ . Si calcoli la velocità con cui l'elettrone arriva sul piano se lasciato libero. Si ripeta l'esercizio nel caso in cui, anziché su un piano, la stessa densità di carica sia distribuita su un disco isolante di raggio  $R=10\text{ cm}$  e l'elettrone si trovi a distanza  $d$ , sull'asse del disco.

(Le espressioni del campo elettrico prodotto dal piano e dal disco vanno dimostrate)

Un condensatore di capacità  $C$ , inizialmente carico con una carica  $Q_0$ , viene fatto scaricare collegandolo ad una resistenza  $R$ . Si chiede di:

- ricavare la legge temporale della scarica;
- verificare quantitativamente che l'energia elettrostatica inizialmente contenuta nel condensatore si è dissipata per effetto Joule nella resistenza.

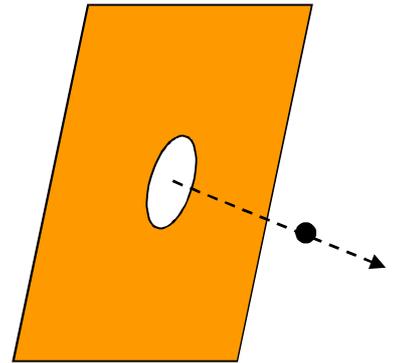
Entro quali limiti sono validi i risultati precedenti?

Un elettrone si trova a distanza  $d=20$  cm da un piano isolante su cui è uniformemente distribuita una carica positiva con densità superficiale  $\sigma=2$  C/m<sup>2</sup>. Si calcoli la velocità con cui l'elettrone arriva sul piano se lasciato libero.

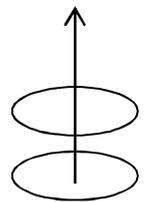
Si ripeta l'esercizio nel caso in cui, l'elettrone si trovi sull'asse di un foro circolare di raggio  $R=10$  cm praticato sul piano di cui sopra, come mostrato in figura.

Si illustri come, per svolgere questo esercizio, si possa passare attraverso l'uso dell'espressione del campo elettrico o quella del potenziale elettrico. Inoltre si spieghi in quale caso è possibile utilizzare il teorema di Gauss ed in quale no, motivando le risposte.

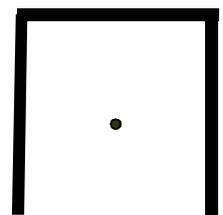
*(Le espressioni del campo elettrico e/o del potenziale vanno dimostrate)*



Siano date due spire circolari di raggio  $R$ , caricate con una densità di carica positiva  $\lambda$  e  $2\lambda$ , poste coassialmente a distanza  $d$ , come mostrato. Si calcoli il campo elettrico in tutti i punti dell'asse delle spire.



Una carica  $3Q=3 \times 10^{-8}$  C è distribuita uniformemente su tre sbarrette sottili, ciascuna di lunghezza  $L=20$  cm, poste lungo i tre lati di un quadrato come mostrato in figura. Si calcoli il vettore campo elettrico al centro del quadrato.



Supponendo di avere due batterie di f.e.m  $F=10$  V e resistenza interna  $r=1$   $\Omega$ , si dimostri come conviene collegarle, in serie o in parallelo, per rendere massima la corrente su una resistenza di carico  $R=2$   $\Omega$ .

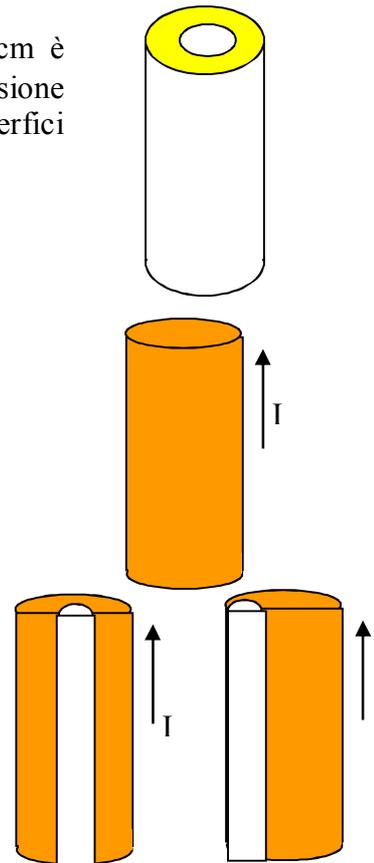
Due condensatori di capacità  $C=3$   $\mu$ F possono essere collegati in serie o in parallelo ad un generatore di tensione avente una f.e.m  $F=100$  V ed una resistenza interna  $r=10$   $\Omega$ . Si calcoli l'andamento temporale della corrente nel circuito, discutendo le differenze tra i due casi.

Supponendo poi di far scaricare i due condensatori collegati in serie su una resistenza  $R$ , si mostri dove finisce l'energia elettrostatica dei condensatori.

Tra due superfici cilindriche concentriche di raggio  $R_1 = 25 \text{ cm}$  e  $R_2 = 40 \text{ cm}$  è distribuita una carica elettrica con densità  $\rho = 5 \times 10^{-7} \text{ C/m}^3$ . Si determini l'espressione del campo elettrostatico in funzione della distanza  $r$  dall'asse delle superfici cilindriche.

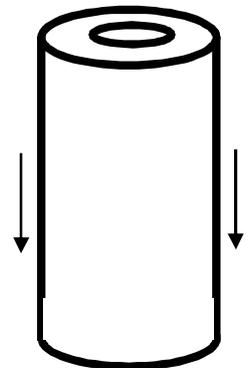
Un lungo tubo conduttore circolare, di raggio  $R_1$  è percorso da una corrente uniforme  $I$ , come mostrato in figura. Si determini il campo magnetico (modulo, direzione e verso) generato da questa corrente in ogni punto dello spazio, interno ed esterno al tubo.

Nel caso in cui si abbia invece un tubo a forma di cilindro cavo di raggio  $R_1$  e foro interno di raggio  $R_2 = R_1/4$ , si discuta quanto vale il campo magnetico sui punti dell'asse del foro, a seconda che esso sia concentrico rispetto al cilindro o sia spostato tutto sul lato destro dello stesso, come mostrato (in sezione) nella parte inferiore della figura. Discutere, facendo riferimento alla applicabilità o meno della legge di circuitazione di Ampere.



Una corrente costante  $I$  scorre in un cavo coassiale costituito da due sottili conduttori cilindrici di raggio  $R_1$  e  $R_2$ . Nel conduttore interno la corrente scorre verso l'alto, mentre torna indietro nel conduttore esterno. Si determini:

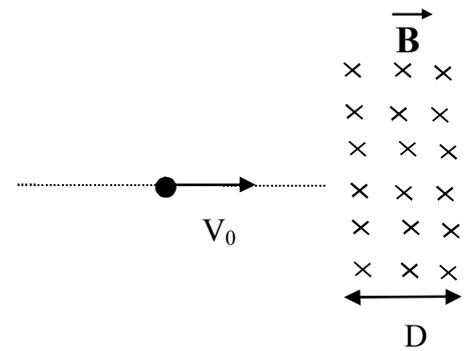
- il vettore campo magnetico  $B$  in tutti i punti dello spazio, interni ed esterni ai due cilindri
- l'energia magnetica immagazzinata nel campo magnetico in un tratto di lunghezza  $L$  del cavo.



Si spieghi perchè una spira percorsa da corrente possa essere assimilata ad un dipolo magnetico (equivalenza di Ampere), sia come elemento passivo che subisce l'azione di un campo magnetico esterno, sia come elemento attivo, che genera il campo.

Alla luce delle considerazioni svolte, si calcoli il momento di dipolo magnetico associabile ad un elettrone di carica  $Q$  che ruoti su un'orbita circolare di raggio  $R$ , con velocità angolare  $\omega$ . Quali implicazioni ha questo esempio riguardo alle proprietà magnetiche della materia?

Un pennellino di elettroni (massa  $m = 9.1 \times 10^{-31}$  Kg e carica  $q = -1.6 \times 10^{-19}$  C) entra con velocità  $V_0$  in una regione dove è presente un campo magnetico  $B = 10^{-3}$  T ortogonale alla velocità, come mostrato in figura. Si determini quale sarà la traiettoria degli elettroni, la si disegni (attenzione al verso!), determinando quale deve essere il valore massimo della velocità affinché gli elettroni non oltrepassino la regione di spessore  $D = 1$  cm. Attraverso quale differenza di potenziale dovreste accelerare gli elettroni per conferire loro una tale velocità?



Un fascio costituito da 5000 elettroni, dopo essere stato accelerato da una d.d.p.  $\Delta V = 2500$  V entra in una regione di spazio in cui esiste un campo magnetico  $B = 0.1$  T (campo diretto lungo l'asse  $z$  del sistema di riferimento) con velocità ortogonale alla direzione del campo distribuendosi uniformemente in una traiettoria circolare.

Determinare:

- il raggio  $r$  della traiettoria circolare compiuta dagli elettroni;
- il vettore campo magnetico  $B_e$  generato dal fascio di elettroni al centro della loro traiettoria;
- il vettore momento di dipolo magnetico  $\mu$  associato al fascio di elettroni nella loro traiettoria circolare.

Un fascio di elettroni, dopo essere stato accelerato da una d.d.p.  $\Delta V = 1000$  V, entra in una regione in cui esiste un campo magnetico  $B = 0.1$  T. La direzione degli elettroni forma un angolo di  $30^\circ$  con  $B$ . Calcolare:

- la velocità degli elettroni;
- il raggio  $r$  della circonferenza della traiettoria elicoidale compiuta dagli elettroni;
- di quanto avanzano gli elettroni lungo l'elica in ogni giro, ovvero il passo  $p$  dell'elica.

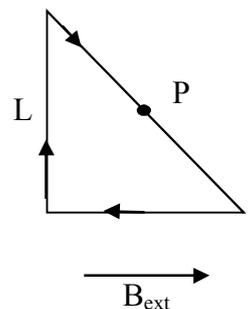
Un cavo coassiale è costituito da un lungo conduttore cilindrico di raggio  $R_1 = 2$  cm circondato da un secondo conduttore cavo di raggio interno  $R_2 = 3$  cm. Una corrente  $i = 2$  A fluisce in un verso nel conduttore interno e nel verso opposto sul conduttore esterno. Calcolare:

- l'espressione del campo magnetico  $B(r)$  in tutti i punti dello spazio;
- l'energia magnetica  $U$  immagazzinata per unità di lunghezza del cavo;

Cosa cambia nei risultati se lo spazio tra i due conduttori è riempito con un materiale paramagnetico di permeabilità magnetica relativa  $\mu = 1,001$  ?

Data una spira a forma di triangolo rettangolo, percorsa da una corrente  $I$  in senso orario, come mostrato in figura, di cateti uguali di lunghezza  $L$ , si determini il campo magnetico  $B(P)$  generato nel punto medio dell'ipotenusa  $P$ . (Potete risolvere questo esercizio usando il teorema di circuitazione di Ampere? Spiegare)

Se poi si applica dall'esterno un campo magnetico esterno  $B_{ext}$ , parallelo al lato orizzontale della spira e diretto verso destra (come mostrato nella parte bassa della figura), si calcoli il momento meccanico agente sulla spira e si descriva il moto che essa compirebbe se fosse libera di muoversi.

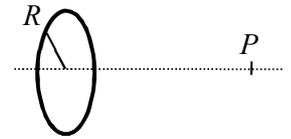


Un anello isolante di raggio  $R=1\text{cm}$  e spessore molto minore di  $R$  è caricato con una densità di carica lineare costante  $\lambda=10^{-6}\text{C/m}$ .

a) Determinare il valore del campo elettrico in un punto  $P$  sull'asse della spira a distanza  $z=10\text{cm}$  dal centro della stessa.

La spira viene poi messa in rotazione intorno al suo asse con velocità angolare  $\omega$  costante, corrispondente a 100 giri al secondo.

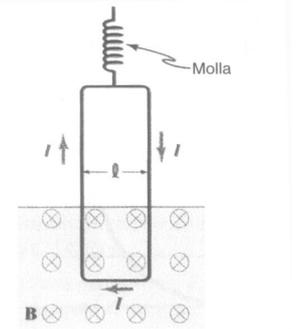
b) Determinare il valore del campo magnetico nello stesso punto  $P$ .



Una spira rettangolare di larghezza  $l=2\text{cm}$ , percorsa da corrente  $I=0.5\text{mA}$ , è sostenuta da una molla con costante elastica  $k=4 \cdot 10^{-4}\text{N/m}$ . La molla si allunga di  $L=1\text{cm}$  rispetto alla sua posizione di equilibrio quando è posta in una regione con campo magnetico uniforme  $B$  (vedi figura).

(a) Qual è l'intensità del campo  $B$ ?

(b) Cosa cambierebbe se la normale alla spira non fosse parallela alla direzione del campo magnetico, ma formasse con esso un angolo  $\theta=30^\circ$ ?

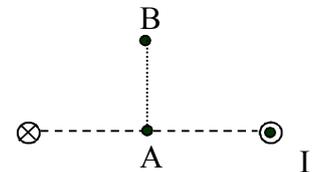


Due lunghi fili conduttori paralleli sono disposti a distanza  $L=20\text{cm}$ . I fili sono attraversati da una corrente  $I=5\text{A}$  rivolta in versi opposti, come mostrato in figura. Determinare il modulo e disegnare la direzione e il verso:

a) del vettore induzione magnetica  $B$  a metà strada tra i due fili (in A)

b) in un punto dell'asse del segmento a distanza  $L/2$  dalla congiungente (in B)

c) della forza per unità di lunghezza agente su ciascun filo.

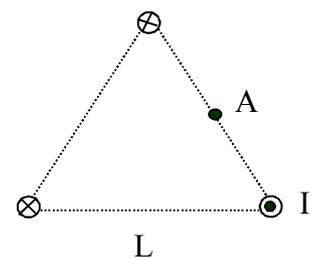


Tre lunghi fili conduttori paralleli sono disposti ai vertici di un triangolo equilatero di lato  $L=20\text{cm}$ . Due di questi fili sono attraversati da una corrente  $I=5\text{A}$  rivolta verso il basso, come mostrato in figura. Il terzo filo è attraversato da una corrente uguale in modulo ma opposta in verso. Determinare il modulo e disegnare la direzione e il verso:

d) del vettore induzione magnetica  $B$  al centro del triangolo,

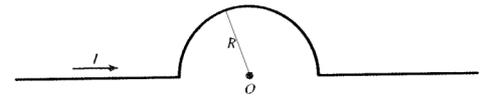
e) del vettore induzione magnetica al centro di un lato, cioè nel punto A,

f) della forza per unità di lunghezza agente su ciascun filo.



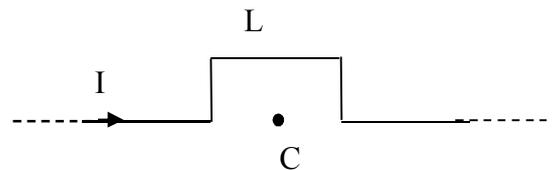
Sulla superficie di un disco isolante di raggio  $R$  è distribuita uniformemente una carica  $Q$ . Se il disco ruota con velocità angolare costante  $\omega$  intorno al proprio asse, calcolare il momento di dipolo magnetico del disco ed il momento meccanico al quale sarà sottoposto se esso viene immerso in un campo di induzione magnetica uniforme  $B$  formante un angolo  $\theta$  con l'asse di rotazione.

Un filo indefinito, percorso da una corrente  $I$ , è composto da una parte rettilinea indefinitamente lunga, una parte a semicerchio di raggio  $R$  ed un'altra parte rettilinea indefinita (vedi figura). Determinare modulo, direzione e verso del campo di induzione magnetica nel punto centrale  $O$ .

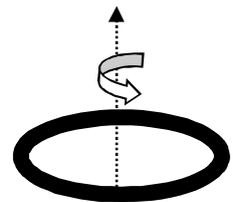


Si spieghi perchè per risolvere in questo esercizio non è conveniente utilizzare la legge della circuitazione di Ampere e si facciano invece esempi di esercizi in cui è conveniente usarla per determinare il campo magnetico generato da un corrente.

Si calcoli il campo magnetico generato dalla corrente costante  $I=10$  A che scorre nel circuito riportato a fianco, costituito da due tratti rettilinei indefiniti e da metà di una spira quadrata di lato  $L=8$  cm, nel punto  $C$ . Discutere se in questo esercizio si può usare il teorema della circuitazione di Ampere. In caso negativo, fare altri esempi in cui si sarebbe potuto usare.

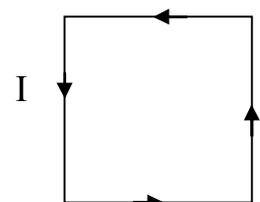


Un anello sottile di materiale isolante, di raggio interno  $R_1=20$  cm ed esterno  $R_2=22$  cm viene caricato con una carica  $Q=8 \times 10^{-4}$  C distribuita uniformemente sulla sua superficie. L'anello viene posto in rotazione intorno al proprio asse, in modo che giri con una frequenza  $f$  pari a 1000 giri al secondo. Dopo aver ricavato la velocità angolare dell'anello  $\omega$ , si calcoli il campo magnetico generato in un punto a distanza  $x=3$  cm sull'asse dell'anello.



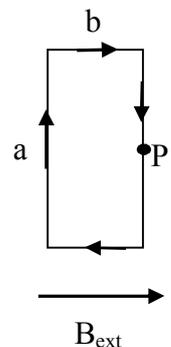
Dato il circuito quadrato di lato  $L$ , percorso da una corrente costante  $I$ , rappresentato in figura, **si calcoli**:

- il campo magnetico prodotto nel centro del quadrato.
- il momento di dipolo magnetico dello stesso circuito.
- il momento meccanico cui viene sottoposta la spira se immersa in un campo magnetico esterno uniforme  $\mathbf{B}$ .

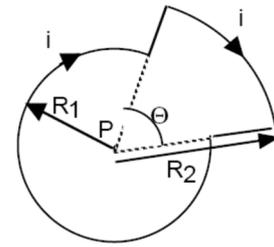


Data una spira a forma di rettangolo di lati  $a$  e  $b$ , percorsa da una corrente  $I$  in senso orario, come mostrato in figura, si determini il campo magnetico  $B(P)$  generato nel punto medio del lato destro  $P$ . (Potete risolvere questo esercizio usando il teorema di circuitazione di Ampere? Spiegare)

Se poi si applica dall'esterno un campo magnetico esterno uniforme  $B_{ext}$ , parallelo al lato corto della spira e diretto verso destra (come mostrato nella parte bassa della figura), si calcoli il momento meccanico agente sulla spira e si descriva il moto che essa compirebbe se fosse libera di muoversi. Si discuta questo ultimo punto anche alla luce della espressione dell'energia potenziale della spira nel campo magnetico.

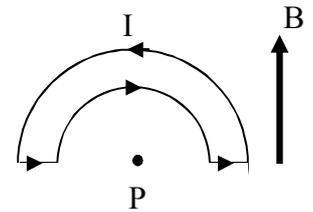


Si determini il campo  $\mathbf{B}$  (modulo, orientazione e verso) nel punto  $P$  che giace nel piano determinato dal circuito chiuso filiforme percorso da una corrente  $i=10$  A e avente la forma disegnata in figura.  $R_1=10$  cm,  $R_2=15$  cm,  $\theta=60^\circ$ .

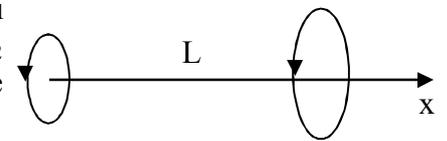


Dato il circuito avente la forma riportata in figura, costituito da due semicirconferenze di raggi  $R_1=12$  cm e  $R_2=16$  cm, percorso dalla corrente  $I=5$  A, si determini:

- modulo, direzione e verso del campo magnetico nel punto  $P$
- il momento di dipolo magnetico della spira
- l'energia potenziale della spira ed il momento torcente agente su di essa se viene applicato un campo magnetico esterno uniforme  $B$ , diretto nel piano della spira, verso l'alto.
- l'espressione delle correnti indotte nella spira (la cui resistenza è  $R=4$   $\Omega$ ) se essa ad un certo istante viene posta in rotazione intorno all'asse orizzontale passante per  $P$ , con velocità angolare costante  $\omega$ .



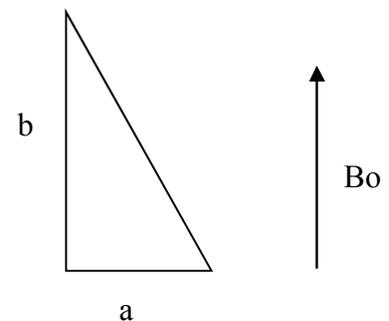
Due spire di raggio  $r_1 = 2$  cm ed  $r_2 = 3$  cm sono poste su due piani paralleli a distanza  $L = 30$  cm e sono percorse dalle correnti  $i_1 = 4$  A e  $i_2 = 5$  A, le quali scorrono nel medesimo senso di rotazione, come illustrato. Calcolare:



- il valore del campo magnetico nel centro di ciascuna delle due spire;
- l'energia potenziale magnetostatica delle due spire, nell'ipotesi che possano considerarsi dipoli magnetici;
- nella stessa ipotesi, il modulo la direzione ed il verso della forza che risente ciascuna delle spire.

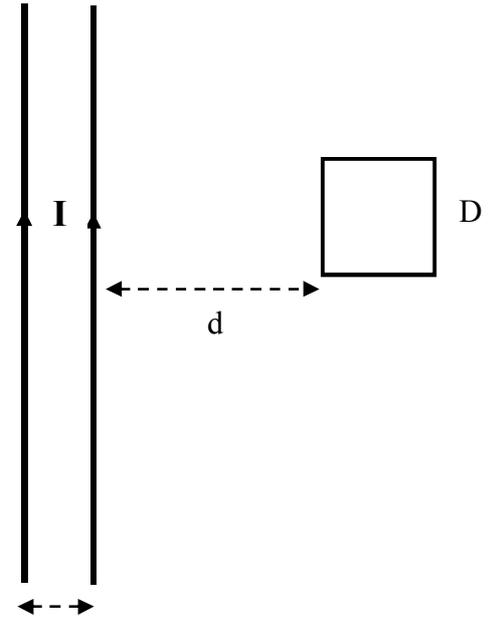
Una spira percorsa da una corrente  $I=2$  A ha la forma di un triangolo rettangolo di cateti  $a=50$  cm e  $b=120$  cm. Tale spira viene inizialmente immersa in un campo magnetico uniforme e costante  $B_0=0.5$  T, complanare con la spira, la cui direzione è parallela al lato  $b$ , come mostrato in figura. Si determini:

- L'intensità della forza magnetica agente su ciascuno dei tre lati della spira.
  - La forza magnetica totale agente sulla spira.
- Se poi la spira viene posta in rotazione intorno al lato  $a$  con velocità angolare costante  $\omega$ , determinare il valore della forza elettromotrice indotta nella spira. Cosa cambia se la rotazione avvenisse intorno al lato  $b$ ?



Due conduttori rettilinei indefiniti, sono posti parallelamente l'uno all'altro, a distanza  $L$ , come mostrato in figura. In ciascuno scorre, dal basso verso l'alto, una corrente crescente secondo la legge  $I(t)=k t^2$ . Si determini la forza con cui si attraggono o si respingono i due conduttori.

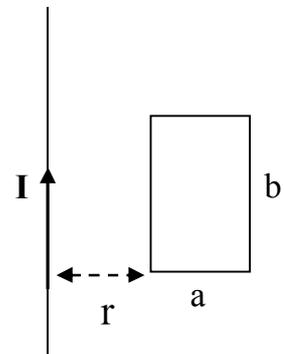
Si determini inoltre la forza elettromotrice indotta in una spira quadrata di lato  $D$ , complanare al piano individuato dai due conduttori, posta a distanza  $d$  da uno di essi, come indicato in figura. In quale verso circolerà la corrente indotta? Si spieghi facendo riferimento alla legge di Lenz ed al suo significato fisico.



Un circuito magnetico è costituito da un anello toroidale di lunghezza  $L=50$  cm, sezione costante  $S=10$  cm<sup>2</sup> e permeabilità magnetica  $\mu_r=1000$ . Attorno all'anello sono avvolte  $N=10$  spire di un filo di rame dove scorre una corrente  $I=10$  A. Si determini il valore del campo magnetico all'interno dell'anello ferromagnetico. Se poi viene aperto un traferro togliendo una sottile fetta di materiale di spessore  $d=1$  mm, si calcoli di nuovo il valore del campo magnetico all'interno dell'anello e nel traferro.

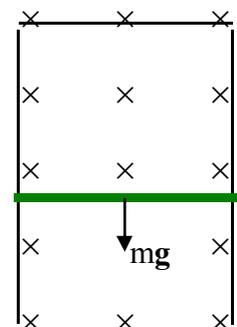
Una spira rettangolare di resistenza  $R$  è posta a distanza  $r$  da un filo rettilineo indefinito, come mostrato in figura. Calcolare l'intensità ed il verso della corrente indotta nella spira rettangolare nel caso in cui nel filo scorra una corrente:

- $I=I_0$  costante;
- $I=k \cdot t$  con  $k$  costante;
- $I=I_0 \sin(\omega t)$  con  $I_0$  e  $\omega$  costante.

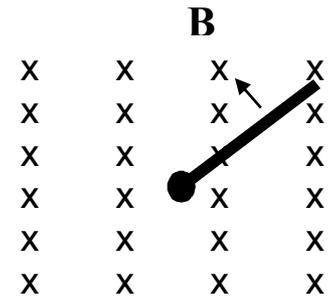


Un circuito è costituito da tre lati fissi ed una barretta di massa  $m=2$  kg, lunghezza  $h=70$  cm libera di cadere lungo la verticale sotto l'azione della forza peso, mantenendo però il contatto elettrico con il circuito. Supponendo che sia presente un campo magnetico costante ed uniforme  $B=1$  T, diretto ortogonalmente al piano del circuito, si determini quale sarà il valore limite della velocità di caduta della barretta ed il valore limite della corrente che circolerà nel circuito, supposto che esso abbia una resistenza complessiva  $R=2 \Omega$ .

(Suggerimento: si raggiunge la velocità limite quando la forza totale agente sulla sbarretta è nulla)



Una barretta metallica di lunghezza  $L$  e spessore trascurabile è incernierata ad un estremo e ruota con velocità angolare  $\omega$  in presenza di un campo magnetico uniforme  $B$ , perpendicolare al piano di rotazione, come mostrato in figura. Si determini la differenza di potenziale che si genera ai capi della barretta, spiegandone l'origine. Conoscete due modi alternativi per risolvere questo esercizio? Se sì, metteteli a confronto e commentateli.



Una bobina costituita da  $N=5$  spire di raggio  $R/2$  e' posta internamente a un solenoide indefinito di raggio  $R$ , avente un numero di spire per unità di lunghezza pari a  $n$  e percorso da una corrente che varia nel tempo secondo la legge  $I(t)=2t^3+3t$ , dove  $I$  è espresso in Ampere e  $t$  in secondi.

Si tracci il grafico dell'andamento della f.e.m. indotta nella bobina nell'intervallo di tempo tra  $t=0$  e  $t=4$  s.

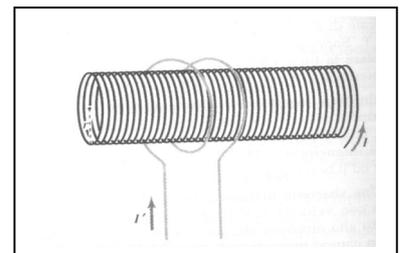
Supponendo che la resistenza della bobina sia  $r$ , quanto vale e in che verso circola la corrente indotta all'istante  $t=3$  s?

Commentare il risultato alla luce della legge di Lenz.

Un solenoide ideale è costituito da un filo di rame di resistenza complessiva  $R=5 \Omega$ , avvolto intorno ad un cilindro di materiale magnetico di raggio  $R=1$  cm, lunghezza  $L=1$  m e permeabilità magnetica relativa  $\mu_r=100$ . Tale solenoide può dunque essere assimilato ad un circuito RL in serie. Si definisca e si ricavi la induttanza del solenoide. Se all'istante  $t=0$  si collega al solenoide una batteria di f.e.m.  $F=200$  V, si scriva l'equazione del circuito e si ricavi l'espressione della corrente in funzione del tempo. Quanto tempo occorre affinché la corrente raggiunga metà del valore massimo?

Si metta in evidenza e si discuta come entra nella risoluzione di questo esercizio la legge di Lenz.

Un solenoide cilindrico molto lungo, di raggio  $R_1$  e contenente  $n$  spire per unità di lunghezza, è percorso da una corrente con dipendenza temporale  $I=I_0 \exp(-t/t_0)$ . Due spire di filo di raggio  $R_2$  si trovano in posizione coassiale, esternamente al solenoide. Esse sono lontane dagli estremi, ed hanno resistenza elettrica  $R$  (vedi figura). Calcolare l'espressione della corrente  $I'(t)$  che percorre le due spire e indicare in quale verso scorre tale corrente, motivando adeguatamente la risposta. Si commenti la conservatività e la irrotazionalità del campo elettrico presente dentro e/o fuori dal solenoide. Ripetere l'esercizio supponendo che il solenoide sia riempito completamente con un materiale ferromagnetico di permeabilità magnetica relativa  $\mu_r=1000$ .

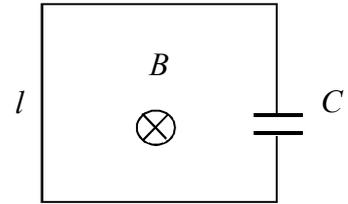


Un condensatore a facce piane, circolari di  $R$ , distanti  $d$ , inizialmente carico con carica  $Q_0$ , viene fatto scaricare su una resistenza  $R_0$ .

Dopo aver ricavato l'equazione che descrive l'evoluzione della carica in funzione del tempo, si calcoli modulo, direzione e verso del campo elettrico e del campo magnetico presenti all'interno del condensatore. Si introduca e si commenti il concetto di corrente di spostamento.

Una bobina quadrata di lato  $l$  ai cui capi è collegato un condensatore di capacità  $C$  con armature distanti  $d$  è immersa in un campo magnetico  $B$  uniforme perpendicolare al piano della bobina. L'intensità del campo varia nel tempo con la legge  $B(t) = B_0 + b \cdot t$ . Calcolare l'espressione:

- della forza elettromotrice indotta nella bobina;
- di modulo direzione e verso del campo elettrico  $E$  tra le armature del condensatore;
- dell'energia potenziale elettrostatica immagazzinata dal condensatore.



Un toroide è costituito da  $N=500$  spire avvolte intorno ad un nucleo ferromagnetico (permeabilità magnetica relativa  $\mu_r=800$ ) di sezione quadrata con il lato pari a  $D=3$  cm. Il raggio interno del toroide è pari a  $R_1=15$  cm, mentre quello esterno è  $R_2=R_1+D$ . Si calcoli il valore del campo magnetico internamente al nucleo ferromagnetico, in funzione della distanza dal centro del toroide. Si calcoli inoltre il coefficiente di autoinduzione del toroide.

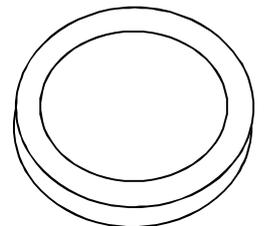
Un filo di rame di resistività  $\rho=2 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$  di sezione  $S=0.2 \text{ mm}^2$  e lunghezza  $L=50$  m è avvolto intorno ad un cilindro ferromagnetico con permeabilità  $\mu_r=1300$  a formare un solenoide di diametro interno  $d=2$  cm e lunghezza  $l=2$  m. Determinare:

- la resistenza elettrica e il coefficiente di autoinduzione del solenoide;
- il tempo necessario ad arrivare a metà della corrente massima una volta che questo sia alimentato da un generatore di tensione continua  $F=12V$ ;
- l'energia immagazzinata nel solenoide sotto forma di campo magnetico in quello stesso istante.

Un sottile toroide di ferro (permeabilità magnetica relativa  $\mu_r=1000$ ) a sezione rettangolare ha raggio interno  $R_1=80$  cm, esterno  $R_2=82$  cm e altezza  $h$  (si noti che la differenza tra i valori dei due raggi è molto minore del valore di ciascuno!). Il toroide ha avvolte  $N_1$  spire dove viene inviata una corrente  $I(t)=kt^2$ , con  $k$  costante.

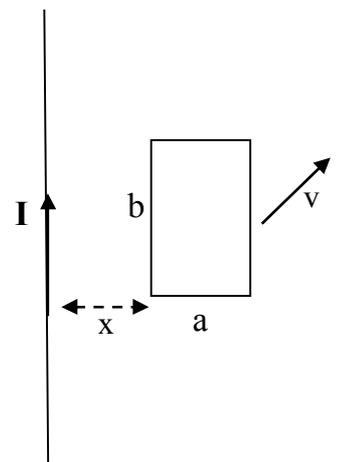
Si calcoli:

- il campo magnetico all'interno del toroide;
- il coefficiente di autoinduzione del toroide;
- la fem indotta in una seconda bobina di  $N_2$  spire avvolta intorno al toroide, come mostrato in figura.



Si spieghi perché è importante che il nucleo del toroide sia di un materiale ferromagnetico.

Una spira rettangolare di resistenza  $R$  è posta a distanza  $x$  da un filo rettilineo indefinito, come mostrato in figura. Calcolare l'intensità ed il verso della corrente indotta nella spira rettangolare nel caso in cui nel filo scorra una corrente  $I=I_0$  costante e la spira sia in moto con velocità  $V$  orientata ad un angolo  $\alpha=45^\circ$  rispetto all'asse orizzontale, come mostrato in figura.



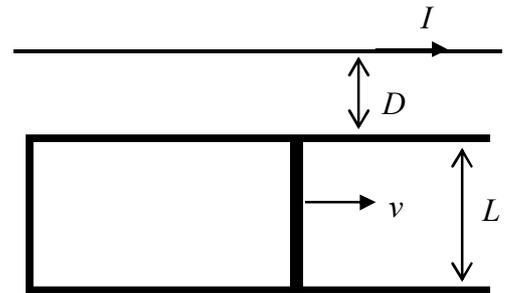
Due spire coassiali di diametro  $d=1\text{ cm}$  e resistenza  $R$  sono poste a distanza  $h=3\text{ m}$  una dall'altra (si noti che è  $h \gg d$ ). La prima spira è alimentata con una corrente  $i(t)=k \cdot t$ , con  $k$  costante positiva.

Determinare:

- la forza elettromotrice indotta sulla seconda spira;
- la forza meccanica agente sulla seconda spira (nell'ipotesi che possa trattarsi come un dipolo magnetico).

Una bacchetta conduttrice di lunghezza  $L$  viene fatta muovere con velocità costante  $v$  su dei binari orizzontali anch'essi conduttori. In un filo parallelo ai binari, posto a distanza  $D$  da essi, scorre una corrente costante  $I$  (vedere figura). Siano:  $v=5\text{ m/s}$ ;  $D=3\text{ cm}$ ;  $L=8\text{ cm}$ ;  $I=35\text{ A}$ .

- Si determini la corrente che scorre nella spira conduttrice supponendo che la resistenza della bacchetta sia  $R=4\ \Omega$  e che la resistenza dei binari sia trascurabile.
- Che forza bisogna applicare alla bacchetta perchè il suo moto sia uniforme? Che potenza deve fornire la suddetta forza?



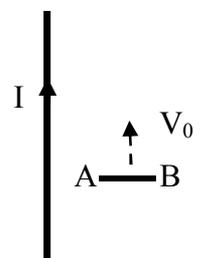
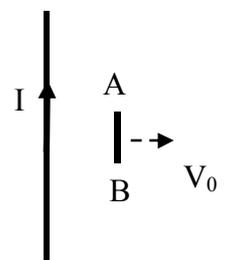
Una spira circolare di raggio  $L=8\text{ cm}$  e resistenza  $R=3\ \Omega$  è immersa in un campo magnetico uniforme, che forma un angolo  $\theta=30^\circ$  rispetto alla normale alla spira. Il campo varia nel tempo secondo l'espressione  $B(t)=bt^2$  con  $b$  coefficiente costante. Calcolare:

- la corrente indotta nella spira;
- l'energia dissipata nella spira tra l'istante  $t_1=5\text{ s}$  e l'istante  $t_2=12\text{ s}$ .

Come cambierebbe il risultato se il campo magnetico, anzichè uniforme nello spazio, variasse radicalmente, cioè in modo lineare allontanandosi dal centro della spira? In particolare si assuma che nell'espressione del campo magnetico sia  $B=kr^2$ , con  $k$  costante e  $r$  distanza dal centro della spira.

Una sbarretta conduttrice di lunghezza  $L$  si muove con velocità costante  $V_0$ , allontanandosi da un filo rettilineo indefinito percorso dalla corrente  $I$  costante. Si determini la tensione che si misura ai capi della sbarretta (tra A e B) in funzione della distanza dal filo (vedi figura superiore).

Come cambia il risultato se la sbarretta fosse orizzontale si muovesse con velocità parallela al filo? Quando varrebbe allora la differenza di potenziale tra A e B (vedi figura inferiore)



Una bobina circolare di superficie  $\Sigma$  avente  $N$  spire avvolte in forma compatta ha una resistenza complessiva pari a  $R$  ed è posta in una regione di spazio in cui agisce un campo magnetico  $B$  che forma un angolo di  $30^\circ$  col piano della bobina. Determinare:

- l'espressione del flusso del campo magnetico  $\Phi(B)$  attraverso la bobina;
- l'espressione della carica  $Q$  che attraversa la bobina stessa se questa viene ribaltata, ovvero ruotata di  $180^\circ$ ;
- l'espressione della forza elettromotrice indotta se la bobina è posta in rotazione con velocità angolare costante  $\omega$  intorno all'asse ortogonale a  $B$ .

Sulla superficie di un lungo cilindro paramagnetico isolante di raggio  $a$  si trova una carica elettrica distribuita con densità superficiale uniforme, pari a  $\sigma$ . All'esterno del cilindro si trova una spira circolare di raggio  $b$ , coassiale al cilindro stesso, avente resistenza  $R$  e induttanza  $L$ . Il cilindro viene messo in rotazione con velocità angolare variabile nel tempo secondo la relazione  $\omega(t) = \omega_0 * t$ . Trascurando gli effetti di bordo, determinare:

- Il campo magnetico all'interno del cilindro
- L'andamento temporale della corrente  $I(t)$  che circola nell'anello esterno.

